

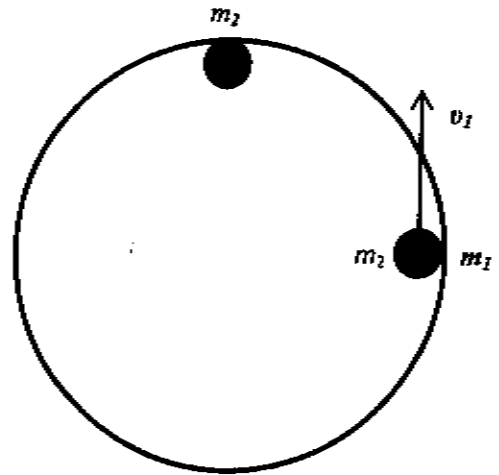
# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1**

## **ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ**

**Οριζόντια βολή – Κυκλική κίνηση**

## ΘΕΜΑ Δ

Δύο σφαιρίδια  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1 = 4 \text{ kg}$  και  $m_2 = 6 \text{ kg}$  αντίστοιχα μπορούν να κινούνται στο εσωτερικό κυκλικού δακτυλίου ακτίνας  $R = 2 \text{ m}$  που είναι ακλόνητα στερεωμένος σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου εικονίζεται στο σχήμα). Οι τριβές μεταξύ των σφαιριδίων και του κυκλικού δακτυλίου θεωρούνται αμελητέες, όπως και οι διαστάσεις τους. Αρχικά το σφαιρίδιο  $\Sigma_2$  είναι ακίνητο, ενώ το  $\Sigma_1$  εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με φορά αντίθετη εκείνης των δεικτών του ρολογιού με ταχύτητα, μέτρου  $v_1 = 5 \text{ m/s}$ . Αν τα σφαιρίδια  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  συγκρουστούν πλαστικά, να υπολογίσετε :



Δ1) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος μετά την κρούση καθώς και την περίοδο της κίνησης του.

*Μονάδες 6*

Δ2) Την απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την διάρκεια της πλαστικής κρούσης.

*Μονάδες 5*

Δ3) Σε κάποια άλλη περίπτωση, αλλάζοντας το υλικό των σφαιριδίων, αλλά διατηρώντας τις μάζες τους, τα σφαιρίδια συγκρούονται χωρίς να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα. Αν η ταχύτητα της σφαίρας  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση είναι  $4 \text{ m/s}$ , να υπολογίσετε την ταχύτητα της σφαίρας  $m_1$  αμέσως μετά την κρούση. Να ελέγξετε αν στην κρούση αυτή διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών.

*Μονάδες 8*

Δ4) Ποιο είναι το μήκος του τόξου που διανύει το κάθε ένα από τα δύο σώματα μέχρι την επόμενη σύγκρουσή τους;

*Μονάδες 6*

$$\Delta 1) \underline{\text{ΑΔΟ}} : \vec{p}_{\text{ολ}}(\alpha\rho\chi) = \vec{p}_{\text{ολ}}(\tau\epsilon\lambda) \Rightarrow m_1 v_1 = (m_1 + m_2) V \Rightarrow$$

$$\boxed{V = 2 \text{ m/s}}$$

Το βυββ/μα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση,

$$\alpha\rho\chi : v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow \boxed{T = 6,28 \text{ s}}$$

$$\Delta 2) \text{Εαν}\omega\lambda. = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\epsilon\lambda} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{\text{Εαν}\omega\lambda. = 30 \text{ J}}$$


$$\Delta 3) \underline{\text{ΑΔΟ}} : \vec{p}_{\text{ολ}}(\alpha\rho\chi) = \vec{p}_{\text{ολ}}(\tau\epsilon\lambda) \Rightarrow 0 + m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \Rightarrow$$

$$\boxed{v_1' = -1 \text{ m/s}}$$

$$K_{\text{βυββ}}(\alpha\rho\chi) = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 50 \text{ J}.$$

$$K_{\text{βυββ}}(\tau\epsilon\lambda) = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = 50 \text{ J}$$

$\Rightarrow$  ΕΛΑΣΤΙΚΗ  
ΚΡΟΥΣΗ

$\Delta 4)$   (Τα δύο σώματα μετά την κρούση κινούνται αντίστροφα)

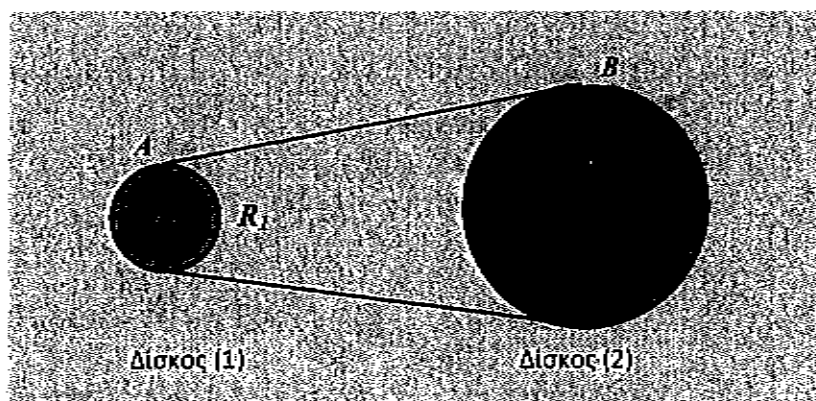
Στο σημείο συνάντησής (σύγκρουσής) ισχύει :

$$s_1 + s_2 = 2\pi R \Rightarrow |v_1'| \cdot t + v_2' t = 2\pi R \Rightarrow t = \frac{4\pi}{5} \text{ s}$$

$$\text{Άρα } s_1 = v_1' \cdot t = \frac{4\pi}{5} \text{ m}$$

$$\text{και } s_2 = v_2' t = \frac{16\pi}{5} \text{ m}$$

## ΘΕΜΑ Δ



Στο σχήμα φαίνονται δύο δίσκοι με ακτίνες  $R_1 = 0,2 \text{ m}$  και  $R_2 = 0,4 \text{ m}$  αντίστοιχα, οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους με μη ελαστικό λουρί. Οι δίσκοι περιστρέφονται γύρω από σταθερούς άξονες που διέρχονται από το κέντρο τους και είναι κάθετοι στο επίπεδο τους. Αν η περίοδος περιστροφής του δίσκου (2) είναι σταθερή και ίση με  $T_2 = 0,05\pi \text{ s}$ , να υπολογίσετε :

Δ1) το μέτρο της ταχύτητας των σημείων A και B της περιφέρειας των δίσκων,

*Μονάδες 6*

Δ2) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου (1),

*Μονάδες 5*

Δ3) το λόγο των μέτρων των κεντρομόλων επιταχύνσεων των σημείων A και B :  $\frac{\alpha_{1,A}}{\alpha_{2,B}}$ ,

*Μονάδες 7*

Δ4) τον αριθμό των περιστροφών που έχει εκτελέσει ο δίσκος (1), όταν ο δίσκος (2) έχει εκτελέσει 10 περιστροφές.

*Μονάδες 7*

15958

Δ1) Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου 2 είναι:

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{2\pi}{0,05\pi} \Rightarrow \boxed{\omega_2 = 40 \text{ rad/s}}$$

Η ταχύτητα του Β είναι:  $v_2 = \omega_2 \cdot R_2 \Rightarrow v_2 = 16 \text{ m/s}$

Μέσω του ιμάντα, ισχύει:  $\boxed{v_2 = v_1 = 16 \text{ m/s}}$

Δ2) Η ταχύτητα του Α είναι:  $v_1 = \omega_1 \cdot R_1 \Rightarrow$

$$\omega_1 = \frac{v_1}{R_1} \Rightarrow \boxed{\omega_1 = 80 \text{ rad/s}}$$

$$\Delta 3) \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{v_1^2 / R_1}{v_2^2 / R_2} = \frac{v_1^2 \cdot R_2}{v_2^2 \cdot R_1} = \frac{0,4}{0,2} = 2$$

Δ4) Η γωνία περιστροφής του δίσκου 2 είναι:

$$\theta_2 = N_2 \cdot 2\pi \Rightarrow \theta_2 = 20\pi \text{ rad}$$

Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου Β είναι:

$$\omega_2 = \frac{\theta_2}{t} \Rightarrow t = \frac{20\pi}{40} = \frac{\pi}{2} \text{ s.}$$

Ισχύει:  $\omega_1 = \frac{\theta_1}{t} \Rightarrow \theta_1 = \omega_1 \cdot t = 40\pi \text{ rad.}$

$$\text{Άρα } \theta_1 = N_1 \cdot 2\pi \Rightarrow N_1 = \frac{\theta_1}{2\pi} = \boxed{20 \text{ περιστ.}}$$

15.965.

**ΘΕΜΑ Δ**

Ανεμογεννήτρια οριζοντίου άξονα περιστροφής έχει τα εξής χαρακτηριστικά: Ύψος πύργου  $H = 18 \text{ m}$  (δηλαδή απόσταση από το έδαφος μέχρι το κέντρο της κυκλικής τροχιάς), ακτίνα έλικας  $R = 2 \text{ m}$ , ενώ πραγματοποιεί 60 περιστροφές ανά λεπτό.

Δ1) Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της έλικας.

*Μονάδες 5*

Στην άκρη της έλικας έχει κολλήσει ένα (σημειακό) κομμάτι λάσπης.

Δ2) Να υπολογίσετε τη γραμμική ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση του κομματιού της λάσπης.

*Μονάδες 8*

Τη στιγμή που η λάσπη περνάει από το ανώτερο σημείο της τροχιάς της ξεκολλάει κι εγκαταλείπει την έλικα.

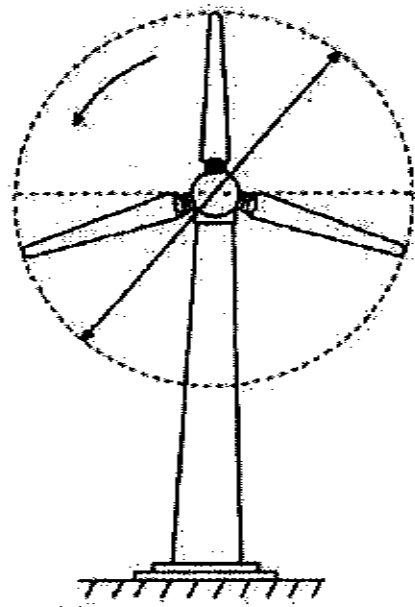
Δ3) Τι είδους κίνηση θα εκτελέσει;

*Μονάδες 3*

Δ4) Μετά από πόσο χρόνο θα φτάσει στο έδαφος και με τι ταχύτητα;

*Μονάδες 9*

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Θεωρήστε  $\pi^2 \approx 10$ . Επίσης θεωρήστε αμελητέα την αντίσταση του αέρα.



15965

$$\Delta 1) \omega = 2\pi f \quad \left( f = \frac{N}{\Delta t} \right) \Rightarrow \omega = \frac{2\pi N}{\Delta t} = \frac{2\pi \cdot 60}{60} \Rightarrow$$

$$\boxed{\omega = 2\pi \text{ rad/s}}$$

$$\Delta 2) v = \omega R \Rightarrow \boxed{v = 4\pi \text{ m/s}}$$

$$a_k = \frac{v^2}{R} \Rightarrow \boxed{a_k = 80 \text{ m/s}^2}$$

\Delta 3) Θα εκτελέσει οριζόντια βολή με  $v_x = v = 4\pi \text{ m/s}$

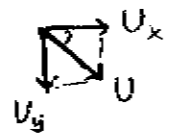
\Delta 4) Το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα είναι:

$$H' = H + R = 18 + 2 = 20 \text{ m.}$$

$$\text{Άρα } H' = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H'}{g}} \Rightarrow \boxed{t = 2 \text{ s}}$$

x άξονας :  $v_x = v = 4\pi \text{ m/s.}$

y άξονας :  $v_y = g \cdot t = 20 \text{ m/s}$



$$\text{Άρα } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \Rightarrow v = \sqrt{560} \text{ m/s.}$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{20}{4\pi} = \frac{5}{\pi}$$