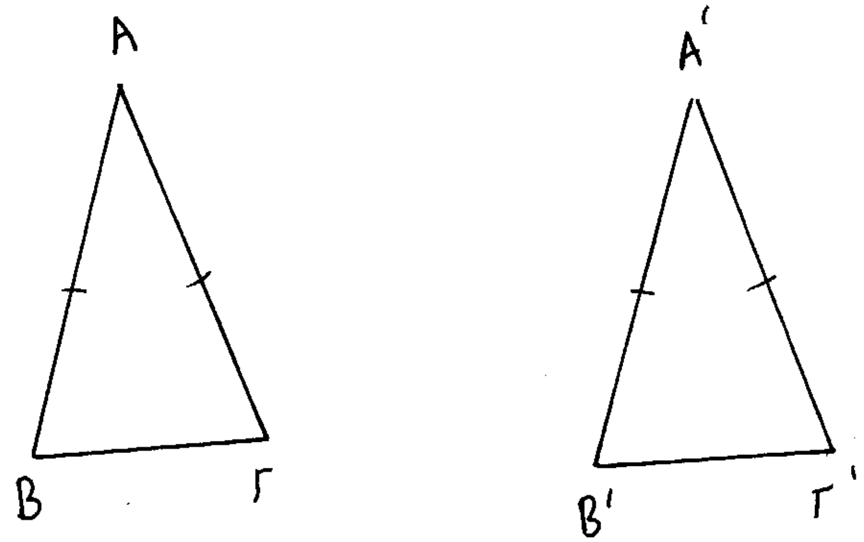
3417

ΘΕΜΑ 2



α) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α'Β'Γ':

- $AB = A'B'$ (υπόθεση)
- $\hat{A} = \hat{A}'$ (υπόθεση)
- $A\Gamma = AB = A'B' = A'\Gamma'$. Άρα $A\Gamma = A'\Gamma'$

Άρα από το κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα.

β) (Αν $A\Gamma = A'\Gamma'$ και $\hat{B} = \hat{B}'$)

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α'Β'Γ'

- $A\Gamma = A'\Gamma'$
- $AB = A\Gamma = A'\Gamma' = A'B'$. Άρα $AB = A'B'$

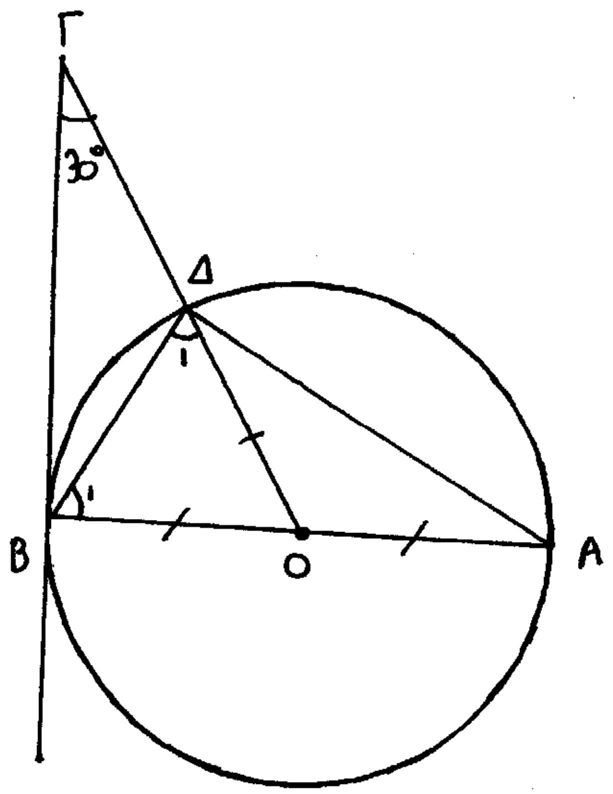
Ακόμη $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ ως προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ και $\hat{B}' = \hat{\Gamma}'$ ως προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου Α'Β'Γ'.

Στο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \hat{A} + 2\hat{B} = 180^\circ \Leftrightarrow \boxed{\hat{A} = 180^\circ - 2\hat{B}}$

Στο τρίγωνο Α'Β'Γ' ισχύει $\hat{A}' + \hat{B}' + \hat{\Gamma}' = 180^\circ \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \hat{A}' + 2\hat{B}' = 180^\circ \Leftrightarrow \boxed{\hat{A}' = 180^\circ - 2\hat{B}'}$. Επειδή $\hat{B} = \hat{B}'$ προκύπτει ότι $\boxed{\hat{A} = \hat{A}'}$. Άρα από το κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα.

5608

ΘΕΜΑ 2



α) Επειδή η ΒΓ είναι εφαπτομένη στον κύκλο θα ισχύει $B\Gamma \perp BA$.
Άρα το τρίγωνο ΒΓΟ είναι ορθογώνιο και επειδή $\hat{\Gamma} = 30°$
προκύπτει ότι $OB = \frac{O\Gamma}{2} \Leftrightarrow \boxed{O\Gamma = 2OB}$ (1)
Όμως $\boxed{OB = OA}$ ② ως ακτίνες του κύκλου
Άρα από τις σχέσεις ① και ② προκύπτει $O\Gamma = 2OA$.

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΟΓ ισχύει:
$B\hat{O}\Delta + \hat{\Gamma} = 90° \Leftrightarrow B\hat{O}\Delta + 30° = 90° \Leftrightarrow B\hat{O}\Delta = 60°$
Ισχύει: $OB = O\Delta$ ως ακτίνες του κύκλου
Άρα το τρίγωνο ΟΒΔ είναι ισοσκελές με $\hat{\Delta}_1 = \hat{B}_1$. Άρα στο τρίγωνο ΟΒΔ έχουμε:
$\hat{B}_1 + \hat{\Delta}_1 + B\hat{O}\Delta = 180° \Leftrightarrow \hat{B}_1 + \hat{B}_1 + 60° = 180° \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2\hat{B}_1 = 120° \Leftrightarrow \hat{B}_1 = 60°$. Άρα και $\hat{\Delta}_1 = 60°$
Συνεπώς το τρίγωνο ΒΟΔ είναι ισόπλευρο με $B\Delta = OB = O\Delta$.
Ακόμη $B\hat{\Delta}A = 90°$ ως εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο.
Έτσι συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΟΒΓ και ΒΔΑ.

5608 <u>ΘΕΜΑ 2</u>

Σ2

- $OB = B\Delta$.

- $O\Gamma = 2OA = AB$

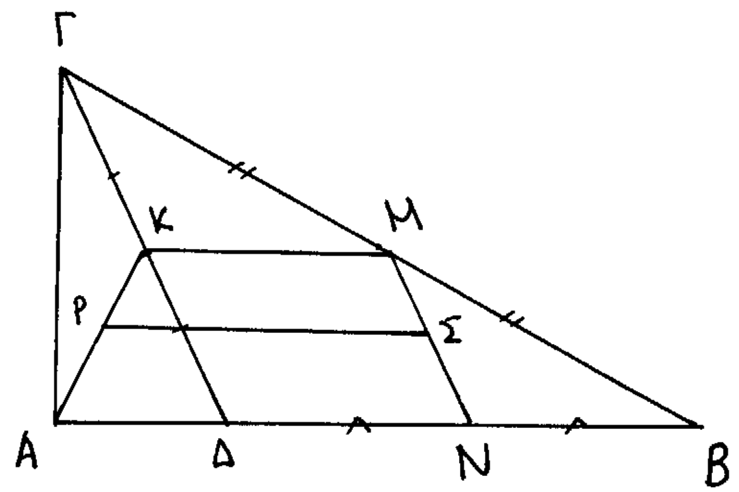
  δηλαδή $O\Gamma = AB$.

Άρα τρίγωνα είναι ίσα.

Άρα και τα υπόλοιπα αντίστοιχα στοιχεία τους είναι ίσα. Οπότε $B\Gamma = A\Delta$.

3820

ΘΕΜΑ 4



α) Στο τρίγωνο ΔΓΒ επειδή το Κ είναι μέσο του ΓΔ και το Μ είναι μέσο του ΒΓ προκύπτει ότι $KM = \frac{\Delta B}{2} = \Delta N$ και $KM // \Delta B$. Άρα $KM // = \Delta N$. Συνεπώς το τετράπλευρο ΚΜΝΔ είναι παραλληλόγραμμο.

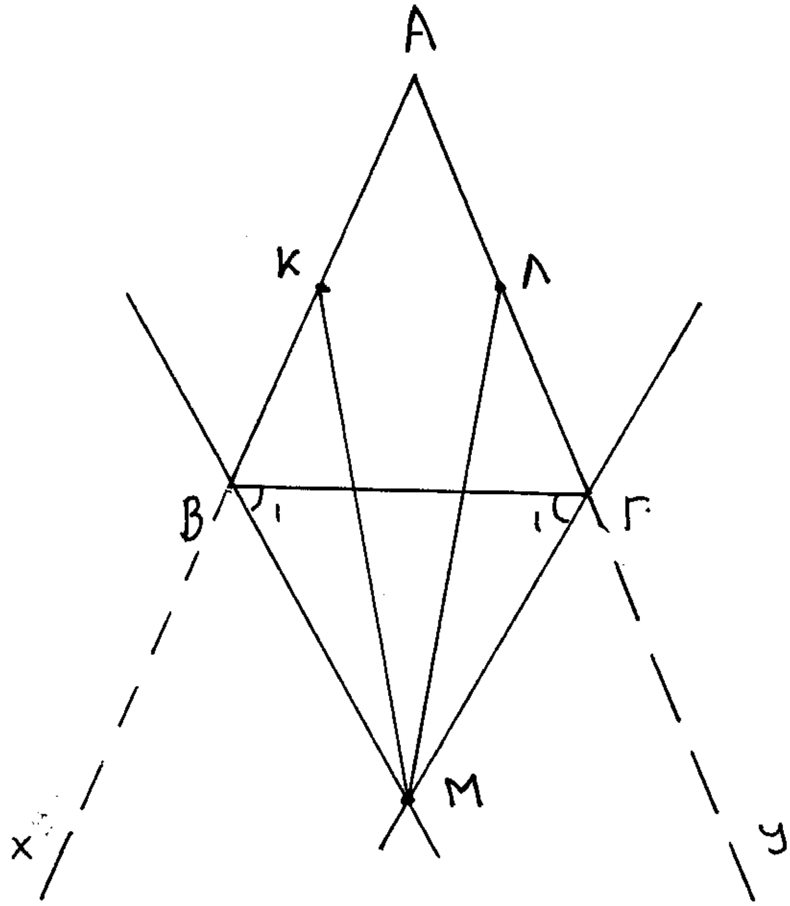
β) $KM // \Delta B$. Άρα και $KM // AN$. Οπότε το τετράπλευρο ΚΜΝΑ είναι τραπέζιο.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ επειδή το ΑΚ είναι διάμεσος στην υποτείνουσα ΔΓ προκύπτει ότι $\boxed{AK = \frac{\Delta\Gamma}{2} = \Delta K}$ (1). Επειδή το ΚΜΝΔ είναι παραλληλόγραμμο προκύπτει και $\boxed{MN = \Delta K}$ (2). Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι $AK = MN$. Άρα το τραπέζιο ΑΚΜΝ είναι ισοσκελές.

γ) Έστω ΡΣ η διάμεσος του τραπεζίου ΑΚΜΝ. Άρα $P\Sigma = \frac{AN + KM}{2} = \frac{AN + NB}{2} = \frac{AB}{2}$.

2854

ΘΕΜΑ 2



α) $A\hat{B}\Gamma = A\hat{\Gamma}B$ ως προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ. Άρα και $x\hat{B}\Gamma = y\hat{\Gamma}B$ ως παραπληρωματικές γωνίες των ίσων γωνιών $A\hat{B}\Gamma = A\hat{\Gamma}B$. Οπότε $\hat{B}_1 = \hat{\Gamma}_1$ ως μισά των ίσων γωνιών $x\hat{B}\Gamma = y\hat{\Gamma}B$. Συνεπώς το τρίγωνο ΒΜΓ είναι ισοσκελές με ΜΒ=ΜΓ.

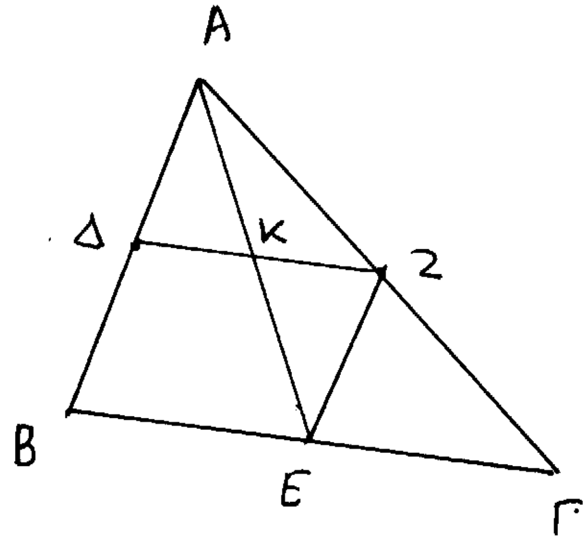
β) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΜΒΚ και ΜΓΛ.

- ΒΚ=ΓΛ ως μισά των ίσων τμημάτων ΑΒ=ΑΓ.
- ΜΒ=ΜΓ
- $K\hat{B}M = A\hat{B}\Gamma + \hat{B}_1 = A\hat{\Gamma}B + \hat{\Gamma}_1 = \Lambda\hat{\Gamma}M$ άρα $K\hat{B}M = \Lambda\hat{\Gamma}M$

οπότε από το κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα και συνεπώς ΜΚ=ΜΛ.

3418

ΘΕΜΑ 2



α) Στο τρίγωνο ΑΒΓ αφού το Δ είναι μέσο του ΑΒ και το Ζ είναι μέσο του ΑΓ, προκύπτει ότι $ΔΖ // = \frac{ΒΓ}{2}$

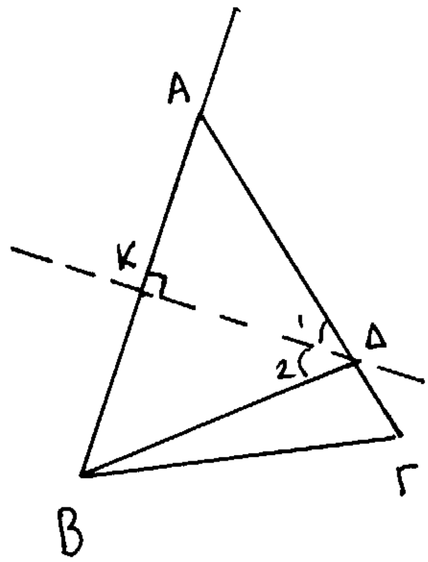
Άρα $ΔΖ // = ΒΕ$. Συνεπώς το τετράπλευρο ΔΖΕΒ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Αφού $ΔΖ // ΒΕ$ προκύπτει $ΔΚ // ΒΕ$.

Στο τρίγωνο ΑΒΕ επειδή Δ μέσο του ΑΒ και $ΔΚ // ΒΕ$ θα έχουμε ότι το Κ είναι μέσο του ΑΕ. Άρα η ευθεία ΔΖ διχοτομεί το ΑΕ στο Κ.

2855

ΘΕΜΑ 2



α) Ισχύει:

$\boxed{\hat{A}_{εξ} = 2\hat{B}}$ (1)

Όμως στο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει ακόμη:

$\boxed{\hat{A}_{εξ} = \hat{B} + \hat{\Gamma}}$ (2)

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει ότι

$2\hat{B} = \hat{B} + \hat{\Gamma} \Leftrightarrow \hat{B} = \hat{\Gamma}$

Άρα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με ΑΒ=ΑΓ

β) Αφού η ΔΚ είναι μεσοκάθετος του ΑΒ θα ισχύει ότι ΑΔ=ΔΒ. Άρα το τρίγωνο ΑΔΒ είναι ισοσκελές και ~~το~~ ΔΚ είναι ύψος και διάμεσος. Άρα το ΔΚ είναι και διχοτόμος.

Συνεπώς $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2 = \frac{A\hat{\Delta}B}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΚ ισχύει:

$\hat{A} + \hat{\Delta}_1 = 90^\circ \Leftrightarrow \hat{A} + 40^\circ = 90^\circ \Leftrightarrow \boxed{\hat{A} = 50^\circ}$

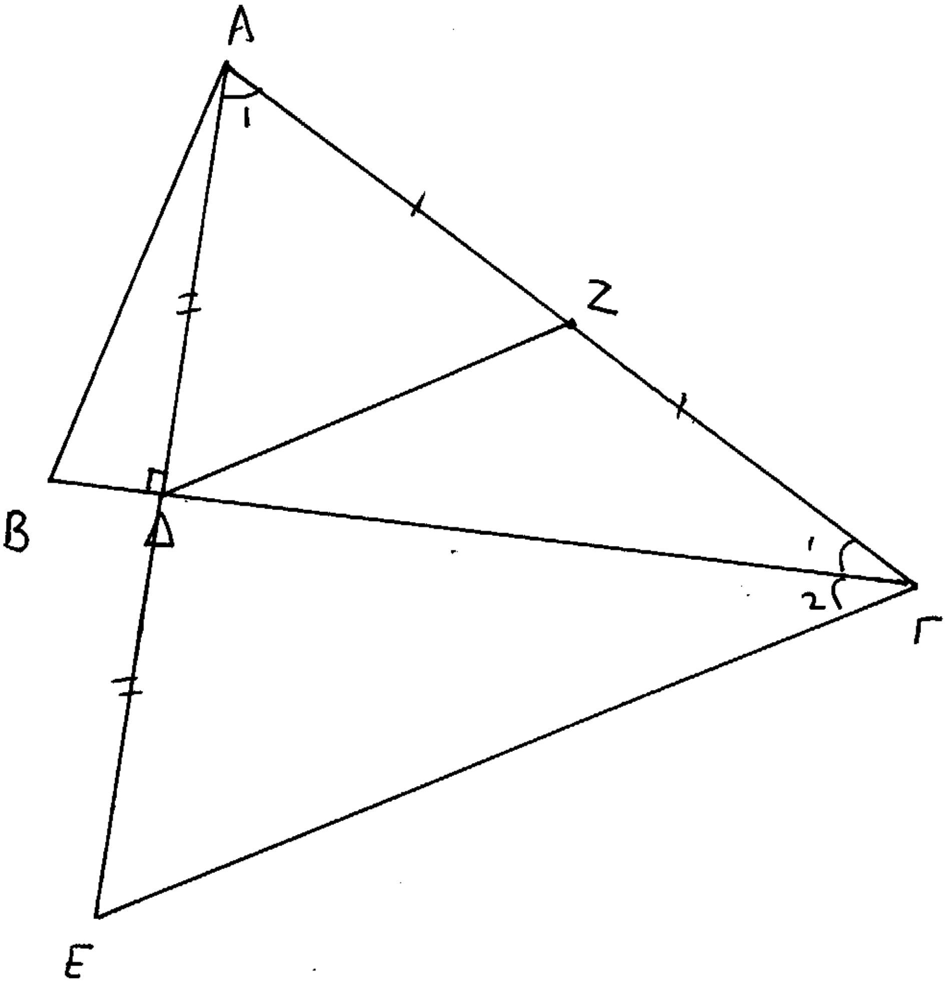
Οπότε στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow 50^\circ + \hat{B} + \hat{B} = 180^\circ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\hat{B} = 130^\circ \Leftrightarrow \hat{B} = 65^\circ$ οπότε και $\hat{\Gamma} = 65^\circ$.

3419

ΘΕΜΑ 2



α) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ επειδή το ΔΖ είναι διάμεσος στην υποτείνουσα ΑΓ προκύπτει ότι

$\Delta Z = \frac{A\Gamma}{2}$

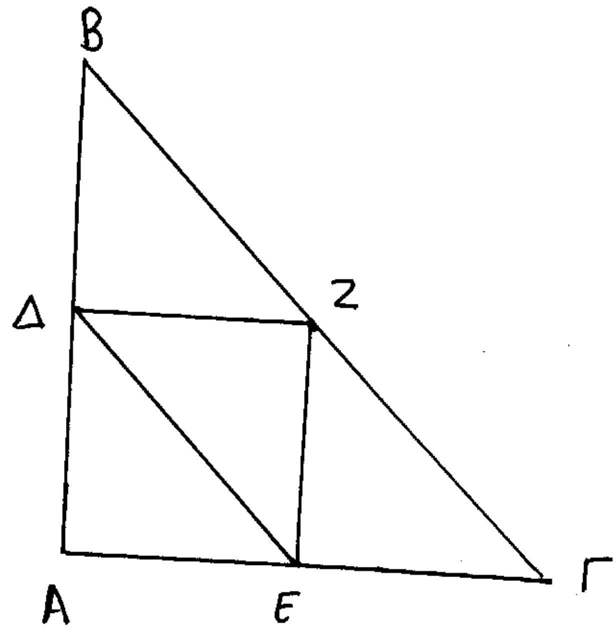
β) Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΔΓ και ΔΓΕ:

- ΑΔ=ΔΕ (υπόθεση)
- ΔΓ κοινή πλευρά

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα. Άρα ΕΓ=ΑΓ.
Οπότε το τρίγωνο ΑΓΕ είναι ισοσκελές και επειδή το ΓΔ είναι ύψος στη βάση του θα είναι και διχοτόμος. Άρα $\hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2 = 30°$.
Οπότε $A\hat{\Gamma}E = \hat{\Gamma}_1 + \hat{\Gamma}_2 = 30° + 30° = 60°$.
Όμως $\hat{A}_1 = \hat{E}$ ως προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου ΑΓΕ.
Άρα στο $\overset{\triangle}{A\Gamma E}$ έχουμε: $\hat{A}_1 + A\hat{\Gamma}E + \hat{E} = 180° \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \hat{E} + 60° + \hat{E} = 180° \Leftrightarrow 2\hat{E} = 120° \Leftrightarrow \hat{E} = 60°$. Άρα και $\hat{A}_1 = 60°$. Οπότε: $\hat{A}_1 = \hat{E} = A\hat{\Gamma}E = 60°$. Επομένως το τρίγωνο ΑΓΕ είναι ισόπλευρο.

5612

ΘΕΜΑ 2



α) Στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

Δ μέσο του ΑΒ

Ζ μέσο του ΒΓ

Άρα $ΔΖ /\!\!= \frac{ΑΓ}{2}$

οπότε $ΔΖ /\!\!= ΑΕ$.

Επομένως το ΔΖΕΑ είναι παραλληλόγραμμο και επειδή $\hat{Α} = 90°$ προκύπτει ότι το ΑΔΖΕ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

β) Στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

- Δ μέσο του ΑΒ
- Ε μέσο του ΑΓ

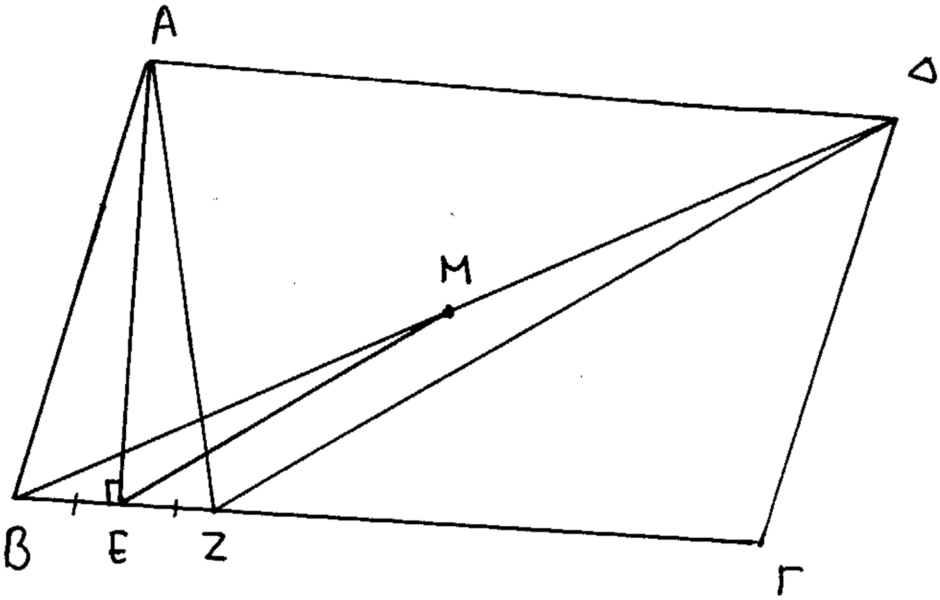
Άρα $ΔΕ /\!\!= \frac{ΒΓ}{2}$. Οπότε $ΔΕ \parallel ΒΓ$ που σημαίνει ότι το ΔΕΓΒ είναι τραπέζιο.

Όμως $ΕΓ = ΔΒ$ ως μισά των ίσων τμημάτων $ΑΓ = ΑΒ$. Άρα το ΔΕΓΒ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

3822

Σ1

ΘΕΜΑ 4



α) Αφού το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο προκύπτει ότι $\boxed{AB /\!/ = \Delta\Gamma}$ (1) και $A\Delta /\!/ = B\Gamma$.

Άρα $A\Delta /\!/ Z\Gamma$. Επομένως το ΑΔΓΖ είναι τραπέζιο.

Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΕ και ΑΕΖ:

- $BE = EZ$
- ΑΕ κοινή πλευρά. Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα και συνεπώς όλα τα υπόλοιπα αντίστοιχα στοιχεία τους είναι ίσα.

Άρα $\boxed{AB = AZ}$ (2). Από τις σχέσεις (1) (2) προκύπτει $\Delta\Gamma = AZ$. Άρα το ΑΔΓΖ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

β) Αφού το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο θα ισχύει $\hat{\Delta} = \hat{B} = 70^\circ$.

$A\Delta /\!/ B\Gamma$: $\hat{\Delta} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$ ως εντός και επί τ' αυτά γωνίες

$70^\circ + \hat{\Gamma} = 180^\circ \Leftrightarrow \hat{\Gamma} = 110^\circ$

3822

ΘΕΜΑ 4

Σ2

Επειδή το ΑΔΓΖ είναι ισοσκελές τραπέζιο ισχύει: $Z\hat{A}\Delta = \hat{\Delta} = 70^\circ$
και $AZ\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma} = 110^\circ$.

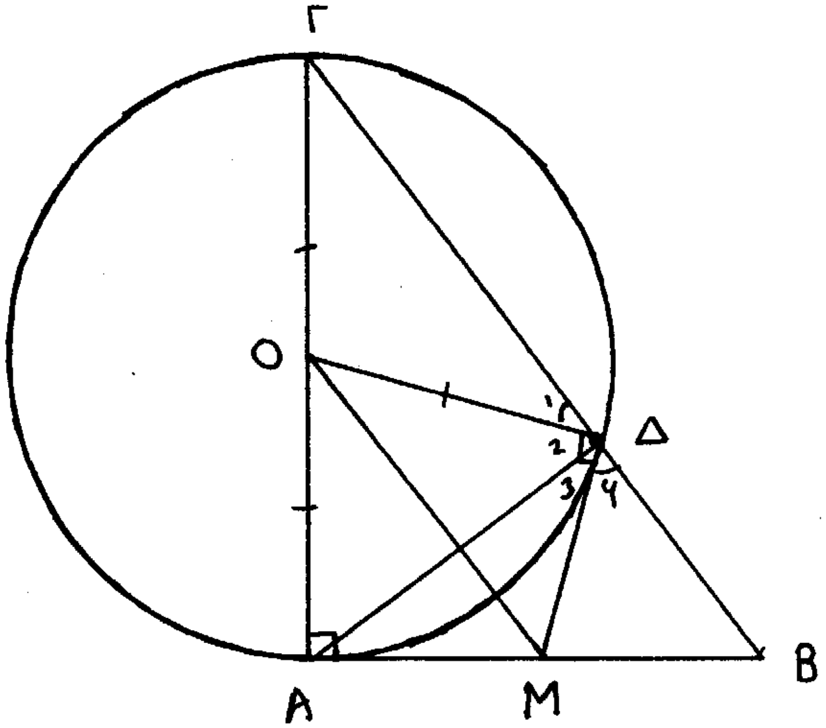
γ) Επειδή το ΑΔΓΖ είναι ισοσκελές τραπέζιο ισχύει ότι οι διαγώνιοί του ΑΓ και ΔΖ είναι ίσες. Δηλαδή $\boxed{\Delta Z = A\Gamma}$ (3)

Στο τρίγωνο ΒΖΔ ισχύει:

$\left.\begin{array}{l}\cdot\ E \text{ μέσο του } BZ \\ \cdot\ M \text{ μέσο του } B\Delta\end{array}\right\}$ Άρα $EM /\!/ \Delta Z$ και

$$EM = \frac{\Delta Z}{2} \overset{(3)}{=} \frac{A\Gamma}{2}$$

ΘΕΜΑ 4



α) Φέρνουμε ΑΔ. Ισχύει οτι $\Gamma\hat{\Delta}A = 90°$ ως εγγεγραμμένη γωνια που βαινει σε ημικυκλιο.

Οι γωνίες $\Gamma\hat{A}\Delta$ και $\hat{B}$ ειναι οξείες γωνίες αφού ανήκουν στα ορθογώνια τρίγωνα ΓΑΔ και ΒΑΓ αντιστοιχα (στα οποία ορθές ειναι οι γωνιες $A\hat{\Delta}\Gamma$ και $B\hat{A}\Gamma$).

Οπότε $\Gamma\hat{A}\Delta = \hat{B}$ ως οξείες γωνιες με πλευρές καθετες. ($A\Delta \perp B\Gamma$, $A\Gamma \perp BA$).

β) Ισχύει: $\Gamma\hat{\Delta}A + A\hat{\Delta}B = 180°$

$\Leftrightarrow \quad 90° + A\hat{\Delta}B = 180°$

$\Leftrightarrow \quad A\hat{\Delta}B = 90° \Leftrightarrow$

4822

ΘΕΜΑ 4

Σ2

$\Leftrightarrow \hat{\Delta}_3 + \hat{\Delta}_4 = 90^\circ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boxed{\hat{\Delta}_4 = 90^\circ - \hat{\Delta}_3}$ (1)

$\boxed{AM = \Delta M}$ (2) ως εφαπτόμενα τμήματα από το M στον κύκλο. Άρα το $A\Delta M$ είναι ισοσκελές με $\boxed{M\hat{A}\Delta = \hat{\Delta}_3}$ (3)

Όμως στο ορθογώνιο τρίγωνο ΔAB ισχύει $M\hat{A}\Delta + \hat{B} = 90^\circ \Leftrightarrow$

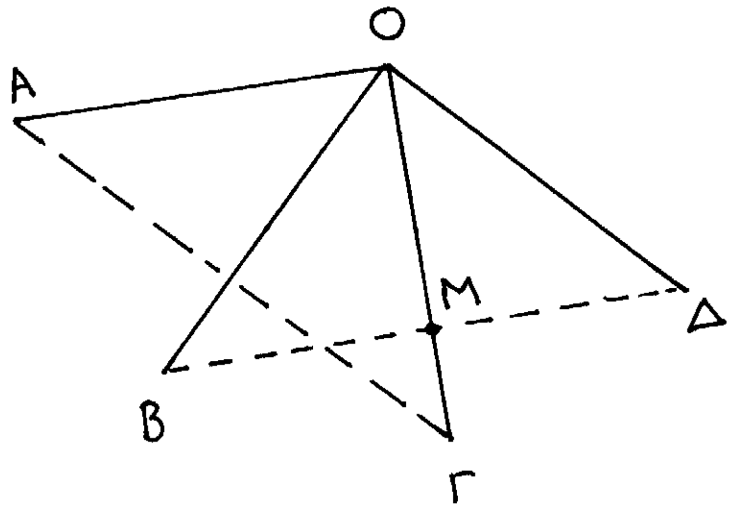
$\Leftrightarrow \hat{B} = 90^\circ - M\hat{A}\Delta \overset{(3)}{\Leftrightarrow}$

$\Leftrightarrow \boxed{\hat{B} = 90^\circ - \hat{\Delta}_3}$ (4)

Από τις σχέσεις (1) και (4) προκύπτει ότι $\hat{B} = \hat{\Delta}_4$. Άρα το τρίγωνο $M\Delta B$ είναι ισοσκελές με $\boxed{M\Delta = MB}$ (5)

γ) Από τις σχέσεις (2) και (5) προκύπτει ότι $AM = MB$. Άρα το M είναι μέσο του AB.

5560 ΘΕΜΑ 2



α) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΟΓ και ΒΟΔ:

- ΟΑ = ΟΒ (υπόθεση)
- ΟΓ = ΟΔ (υπόθεση)
- $A\hat{O}\Gamma = A\hat{O}B + B\hat{O}\Gamma = \Gamma\hat{O}\Delta + B\hat{O}\Gamma = B\hat{O}\Delta$

Άρα $\boxed{A\hat{O}\Gamma = B\hat{O}\Delta}$.

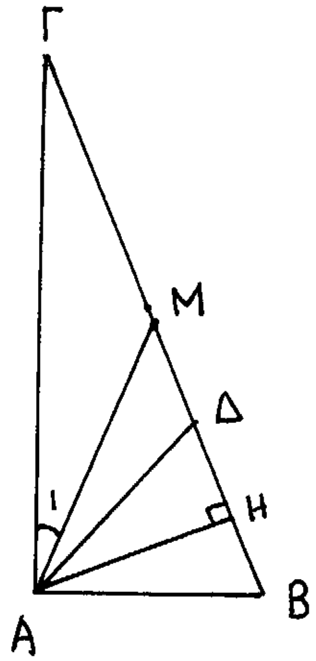
Οπότε από το κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα είναι ίσα. Άρα και τα υπόλοιπα αντίστοιχα στοιχεία τους είναι ίσα. Επομένως ΑΓ = ΒΔ.

β) Στο ισοσκελές τρίγωνο ΒΟΔ (ΟΒ = ΟΔ) το ΟΜ είναι διχοτόμος της $B\hat{O}\Delta$ αφού $B\hat{O}\Gamma = \Gamma\hat{O}\Delta$. Άρα το ΟΜ είναι και διάμεσος. Οπότε το Μ είναι μέσον του ΒΔ.

5562

Σ1

ΘΕΜΑ 2



α) Στο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}=90^\circ$) ισχυει:

$\hat{B}+\hat{\Gamma}=90^\circ$

$\hat{B}+25^\circ=90^\circ$

$\boxed{\hat{B}=65^\circ}$

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ

Επειδή η ΑΜ είναι διαμεσος στην υποτείνουσα ΒΓ προκύπτει ότι $AM=\frac{B\Gamma}{2}=BM$. Άρα το τρίγωνο ΑΜΒ είναι ισοσκελές με $M\hat{A}B=\hat{B}=65^\circ$

Άρα στο ΑΜΒ ισχυει: $A\hat{M}B+M\hat{A}B+\hat{B}=180^\circ$

$\Leftrightarrow A\hat{M}B+65^\circ+65^\circ=180^\circ \Leftrightarrow \boxed{A\hat{M}B=50^\circ}$

Επειδή η ΑΔ είναι διχοτομος της $\hat{A}$ θα ισχυει: $B\hat{A}\Delta=\Delta\hat{A}\Gamma=\frac{\hat{A}}{2}=\frac{90^\circ}{2}=45^\circ$.

Οπότε στο τρίγωνο ΔΑΒ έχουμε:

$B\hat{A}\Delta+\hat{B}+A\hat{\Delta}B=180^\circ \Leftrightarrow 45^\circ+65^\circ+A\hat{\Delta}B=180^\circ$

$\Leftrightarrow \boxed{A\hat{\Delta}B=70^\circ}$

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΗΑΒ ισχύει:

$H\hat{A}B+\hat{B}=90^\circ \Leftrightarrow H\hat{A}B+65^\circ=90^\circ \Leftrightarrow \boxed{H\hat{A}B=25^\circ}$

β) Ισχύει $AM=\frac{B\Gamma}{2}=M\Gamma$. Άρα το τρίγωνο ΑΜΓ είναι ισοσκελές με $\hat{A}_1=\hat{\Gamma}=25^\circ$.

5562

Σ2

ΘΕΜΑ 2

Όμως $\Delta\hat{A}\Gamma = 45^\circ \Leftrightarrow M\hat{A}\Delta + \hat{A}_1 = 45^\circ \Leftrightarrow$

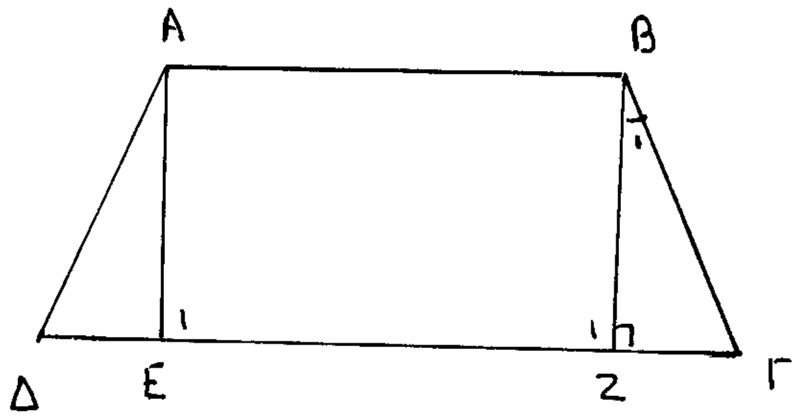
$\Leftrightarrow M\hat{A}\Delta + 25^\circ = 45^\circ \Leftrightarrow \boxed{M\hat{A}\Delta = 20^\circ}$

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΔΑΗ ισχυει:

$A\hat{\Delta}B + \Delta\hat{A}H = 90^\circ \Leftrightarrow 70^\circ + \Delta\hat{A}H = 90^\circ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boxed{\Delta\hat{A}H = 20^\circ}$

ΘΕΜΑ 2



α) $AB \parallel \Gamma\Delta$: $A\hat{B}\Gamma + \hat{\Gamma} = 180°$ ως εντός και επί τ' αυτά γωνίες

$A\hat{B}\Gamma + 60° = 180°$

$\boxed{A\hat{B}\Gamma = 120°}$

Οπότε $\hat{\Delta} = \hat{\Gamma} = 60°$ και $\Delta\hat{A}B = A\hat{B}\Gamma = 120°$ επειδή το ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

β) Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΕΔ και ΒΖΓ:

- $A\Delta = B\Gamma$ επειδή το ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο.
- $\hat{\Delta} = \hat{\Gamma} = 60°$

Άρα από κριτήριο ισότητας ορθογωνίων τριγώνων τα τρίγωνα είναι ίσα. Συνεπώς και τα υπόλοιπα αντίστοιχα στοιχεία τους είναι ίσα. Άρα $\Delta E = Z\Gamma$.

γ) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΖΓ ισχύει:

$\hat{B}_1 + \hat{\Gamma} = 90° \Leftrightarrow \hat{B}_1 + 60° = 90° \Leftrightarrow \hat{B}_1 = 30°$. Άρα

$Z\Gamma = \frac{B\Gamma}{2} = \frac{4}{2} = 2$

5565

ΘΕΜΑ 2

Σ2

Οπότε και $ΔΕ = 2$.

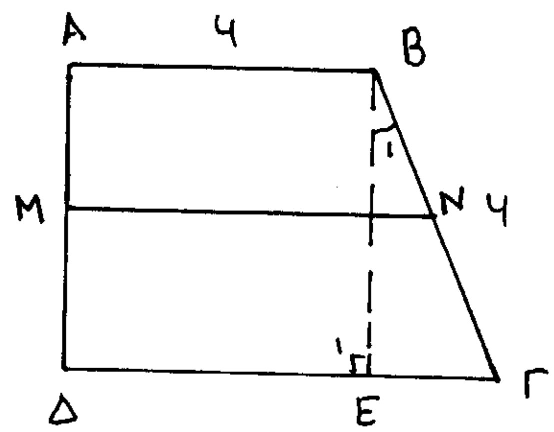
Ακόμη $Α\hat{Β}Ζ = \hat{Ζ}_1 = \hat{Ε}_1 = 90^\circ$. Άρα το $ΑΒΖΕ$ είναι ορθογώνιο. Οπότε $ΖΕ = ΑΒ = 6$.

Άρα $ΔΓ = ΔΕ + ΕΖ + ΖΓ = 2 + 6 + 2 = 10$.

Έτσι η περίμετρος του $ΑΒΓΔ$ είναι

$$Π = ΑΒ + ΒΓ + ΓΔ + ΔΑ = 6 + 4 + 10 + 4 = 24.$$

5566 ΘΕΜΑ 2



α) $AB // \Gamma\Delta$: $A\hat{B}\Gamma + \hat{\Gamma} = 180^\circ$ ως εντός και επί τα αυτά γωνίες

$A\hat{B}\Gamma + 60^\circ = 180^\circ$

$\boxed{A\hat{B}\Gamma = 120^\circ}$

$AB // \Gamma\Delta$: $\hat{A} + \hat{\Delta} = 180^\circ$ ως εντός και επί τα αυτά γωνίες.

$90^\circ + \hat{\Delta} = 180^\circ$

$\boxed{\hat{\Delta} = 90^\circ}$

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο $BE\Gamma$ ισχύει:

$\hat{B}_1 + \hat{\Gamma} = 90^\circ \Leftrightarrow \hat{B}_1 + 60^\circ = 90^\circ \Leftrightarrow \hat{B}_1 = 30^\circ$.

Άρα $E\Gamma = \frac{B\Gamma}{2} \Leftrightarrow 2E\Gamma = B\Gamma$

γ) $\hat{A} = \hat{\Delta} = \hat{E}_1 = 90^\circ$ Άρα το $A\Delta EB$ είναι ορθογώνιο.

Οπότε $\Delta E = AB = 4$. Ακόμη $E\Gamma = \frac{B\Gamma}{2} = \frac{4}{2} = 2$

Άρα $\Delta\Gamma = \Delta E + E\Gamma = 4 + 2 = 6$.

Επειδή το MN είναι διάμεσος του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$ θα ισχύει ότι: $MN = \frac{AB + \Gamma\Delta}{2} = \frac{4+6}{2} =$

$= \frac{10}{2} = 5$.